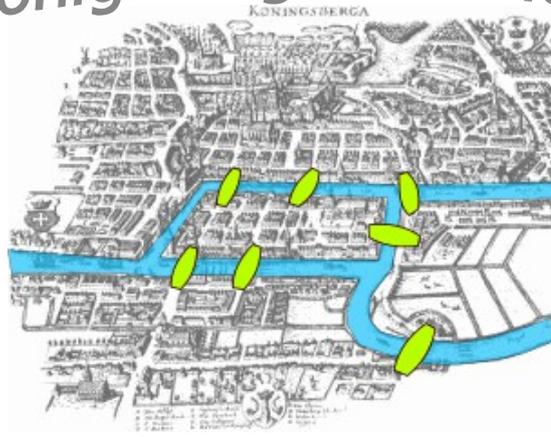


Les ponts de Königsberg et la théorie des graphes

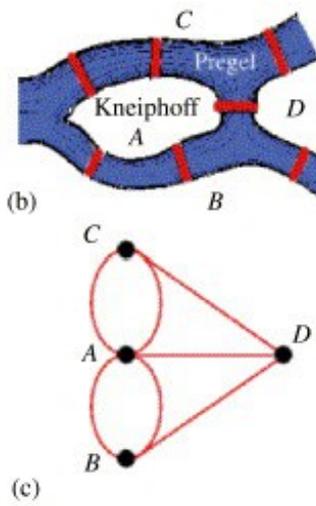
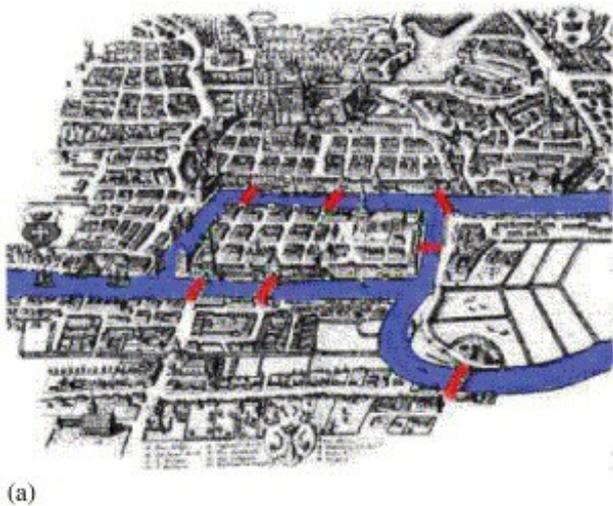


Pour un facteur ou un releveur de compteurs, un itinéraire qui permet d'éviter d'emprunter deux fois la même voie constitue une économie appréciable de temps. Aussi, de nos jours, on cherche à optimiser ces trajets en utilisant un domaine des mathématiques qui s'appelle **la théorie des graphes**.

Cette théorie a vu le jour en 1763 du côté de la mer Baltique. Entre la Lituanie et la Pologne, se trouve une région de Russie connue sous le nom de Kaliningrad. A l'époque, cette cité prussienne s'appelait **Königsberg**, construite sur les bords de la Pregel, elle comportait **sept ponts qui reliaient la ville et ses deux îles** (comme indiqué sur le plan ci-dessus).

Un des passe-temps favoris des habitants était de trouver un itinéraire leur permettant d'emprunter tous les ponts, sans passer plus d'une fois sur le même pont !

Malgré les nombreux essais, aucune solution ne fut trouvée. Un mathématicien célèbre **Leonhard Euler** se pencha sur la question et remplaça le dessin du plan par ce graphe :



Chaque lettre appelé **nœud**, représentant une **partie de la ville** et chaque **ligne** représentant un **pont** permettant de passer d'une partie de la ville à une autre.

Si le **nombre de lignes** partant d'un **nœud** est **impair**, on dit que le nœud est impair.

Exemple : A est un nœud impair (5 lignes) B, C et D sont aussi impairs (3 lignes)

Ainsi il démontra que :

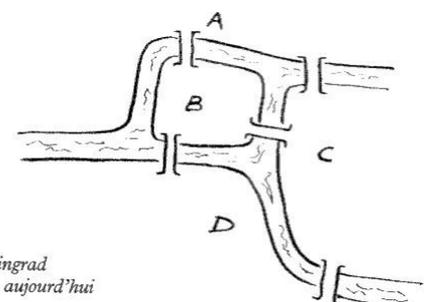
« Un itinéraire, ou chemin, dans lequel chaque voie n'est parcourue qu'une seule fois **n'est possible que s'il y a soit aucun nœud impair soit deux nœuds impairs**. Dans tous les autres cas, l'itinéraire ne peut être tracé sans passer deux fois par la même voie. »

Et aussi :

« S'il y a deux nœuds impairs, le **chemin doit partir de l'un des nœuds impairs et se terminer à l'autre nœud impair**. »

Euler prouva donc qu'il était impossible de trouver un itinéraire répondant au défi des habitants !

Aujourd'hui, suite aux bombardements de 1944, les ponts furent pour la plupart détruits et cinq furent reconstruits de la façon suivante :



Ponts de Kaliningrad (Königsberg) – aujourd'hui

Les habitants peuvent-ils désormais trouver un chemin adapté à leur promenade le long de la Pregel?

Réponse: Oui, s'ils choisissent par exemple B-C-A-B-D-C. On dit que le chemin est « eulérien »